Pismeni ispit iz Matematike
Zagreb, 4.veljače 2011.god.

Grupa A

1.grupa

1.Zadana je matrica $A \in M_2$ svojim elementima $a_{ij} = x^{2i-j}$, gdje je $x \in R$. Odredite parametar $x \in R$ takav da je matrica A regularna.

1.' Riješite sustav linearnih jednadžbi:

$$x + \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = 1$$
$$\frac{1}{2}x + y = 1$$
$$-x + y + z = 0$$

2.grupa

2. Dana je funkcija troškova $C(Q) = Q^t \sqrt{Q}$ gdje je Q količina proizvodnje. Izračunajte parametar $t \in R, t \geq 0$ takav da su troškovi neelastični u odnosu na proizvodnju.

2.'Zadana je funkcija korisnosti za potrošača, $u(Q_1, Q_2) = Q_1 \cdot Q_2$, gdje je Q_1 količina proizvoda P1, a Q_2 količina proizvoda P2. Jedinična cijena za proizvod P1 iznosi 1 kn, a za proizvod P2 4 kn. Ukoliko potrošač ima na raspolaganju 120 kn koje želi u potpunosti potrošiti, pronađite količine proizvoda P1 i P2 uz koje se ostvaruje maksimalna korisnost. Kolika je ta maksimalna korisnost?

3.grupa

3.Izračunajte $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x+1)^4}$

3.' Zadana je funkcija graničnih troškova proizvodnje $MC(Q) = \sqrt{Q}$, gdje je Q količina proizvodnje. Ukoliko su na razini proizvodnje $Q=1$ ukupni troškovi jednaki 10, izračunajte funkciju ukupnih troškova.

4. grupa

4. Koliko moramo danas uložiti u banku da bismo za četiri godine raspolagali s iznosom od 10000 EUR ako je godišnji dekurzivni kamatnjak 1.4? Obračun kamata je polugodišnji, složen i dekurzivan. Koristite relativni kamatnjak.

4.'Zajam od 800 000 kn odobren je na deset godina uz plaćanje jednakih anuiteta krajem godine. Ako je godišnji kamatnjak 5, izradite otplatnu tablicu za zadnje dvije godine. Obračun kamata je godišnji, složen i dekurzivan.

Pismeni ispit iz Matematike
Zagreb, 4.veljače 2011.god.

Grupa B

1.grupa

1.Zadana je matrica $A \in M_2$ svojim elementima $a_{ij} = \dfrac{2i - j}{x}$, gdje je $x \in R, x \neq 0$. Odredite parametar $x \in R, x \neq 0$ takav da je $\det A = 2$.

1.' Riješite sustav linearnih jednadžbi:

$$x + \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = 1$$
$$x + 2y = 2$$
$$-x + y + z = 0$$

2.grupa

2. Izračunajte parametar $t \in R, t \geq 0$ takav da je potražnja $q(p) = 2p^{-t+1}$ jedinično elastična u odnosu na cijenu p.

2.'Zadana je funkcija proizvodnje $Q(L,K) = L \cdot K$, gdje je L količina rada, a K količina kapitala. Jedinična cijena za rad iznosi 20 kn, a za kapital 80 kn. Ukoliko proizvođač ima na raspolaganju budžet od 2400 kn koji želi u potpunosti potrošiti, pronađite količine rada i kapitala uz koje se ostvaruje maksimalna proizvodnja. Kolika je ta maksimalna proizvodnja?

3.grupa

3.Izračunajte $\displaystyle\int_{-\infty}^{0} \frac{dx}{(1-x)^4}$

3.' Zadana je funkcija graničnih prihoda proizvodnje $r(Q) = \sqrt{Q} + 1$, gdje je Q količina proizvodnje. Izračunajte funkciju ukupnih prihoda.

4. grupa

4.Potrošački kredit od 20 800 kn odobren je na godinu dana, bez udjela u gotovini, uz anticipativni godišnji kamatnjak 12. Kolika je mjesečna rata i ukupne kamate?

4.'Zajam od 800 000 kn odobren je na godinu dana uz plaćanje jednakih anuiteta krajem mjeseca. Ako je godišnji kamatnjak 3, izradite otplatnu tablicu za zadnja dva mjeseca. Obračun kamata je mjesečni, složen i dekurzivan.. Koristite relativni kamatnjak.

Pismeni ispit iz Matematike
Zagreb, 4.veljače 2011.god.

Grupa C

1.grupa

1. Za koji se parametar $t \in R$ jedan od vektora $a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$, $a_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$ i $a_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ t \end{bmatrix}$ može prikazati kao linearna kombinacija preostalih?

1. Ispišite determinantu matrice $A \in M_3$ čiji su elementi $a_{ij} = \min\{i+1, j\}$ i navedite njezinu vrijednost bez da je računate. Obrazložite.

2.grupa

2. Dana je funkcija troškova $C(Q) = Q^t \sqrt[4]{Q}$ gdje je Q količina proizvodnje. Izračunajte parametar $t \in R, t \geq 0$ takav da su troškovi elastični u odnosu na proizvodnju.

2. Investitor ima na raspolaganju 20000 kn koje ulaže u dva vrijednosna papira. Označimo s x svotu uloženu u prvi, a s y svotu uloženu u drugi vrijednosni papir. Tada je funkcija rizika zadana u obliku $r(x,y) = (x-12000)^2 + (y-8500)^2$. Uz uvjet da se uloži cijela raspoloživa svota, izračunajte uz koje se ulaganje ostvaruje minimalan rizik, te koliko on iznosi?

3.grupa

3. Izračunajte parametar $t \in R$ takav da je $\int_t^0 e^{-x} dx = e^4 - 1$.

3. Pronađite funkciju ukupnih prihoda $R(Q)$ ako joj je koeficijent elastičnosti u odnosu na proizvodnju $E_{R,Q} = \frac{1}{2}$ i $R(4) = 20$.

4. grupa

4. Koliko moramo danas uložiti u banku da bismo za tri godine raspolagali s iznosom od 25000 EUR ako je godišnji dekurzivni kamatnjak 3? Obračun kamata je mjesečni, složen i dekurzivan. Koristite relativni kamatnjak.

4.'Zajam od 450 000 kn odobren je na petnaest godina uz plaćanje jednakih anuiteta krajem godine. Ako je godišnji kamatnjak 5, izradite otplatnu tablicu za zadnje dvije godine. Obračun kamata je godišnji, složen i dekurzivan.

Pismeni ispit iz Matematike
Zagreb, 4.veljače 2011.god.

Grupa D

1.grupa

1. Za koji se parametar $t \in R$ nijedan od vektora $a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$, $a_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ i $a_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ t \end{bmatrix}$ ne može prikazati kao linearna kombinacija preostalih?

1. Odredite sve dijagonalne matrice $A \in M_2$ koje s matricom B tvore komutativan par ako je

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

2.grupa

2. Izračunajte parametar $t \in R, t \geq 0$ takav da je potražnja $q(p) = 12.8p^{-t}$ elastična u odnosu na cijenu p.

2. Tvrtka treba proizvesti ukupnu količinu proizvodnje od 10 tona. Tvrtka proizvodi dva proizvoda. Označimo s Q_1 količinu prvog, a sa Q_2 količinu drugog proizvoda. Neka je funkcija dobiti $\pi(Q_1, Q_2) = 66Q_1 - 2Q_1^2 - 3Q_2^2 + 100Q_2 - Q_1Q_2$. Izračunajte uz koje se količine proizvodnje ostvaruje maksimalna dobit, te koliko ona iznosi uz uvjet da tvrtka ostvari planiranu ukupnu proizvodnju.

3.grupa

3.Izračunajte $\int x \cdot \sqrt{x^2 - 1} dx$.

3. Odredite sve funkcije $y(x)$ za koje je $E_{y,x} = \frac{1}{5}$.

4. grupa

4.Potrošački kredit od 29 500 kn odobren je na godinu dana, bez udjela u gotovini, uz anticipativni godišnji kamatnjak 12. Kolika je mjesečna rata i ukupne kamate?

4. Glavnica, uložena neko vrijeme uz 10% godišnjih kamata, a zatim još tri puta duže uz 20% godišnjih kamata, poveća se za 90.08%. Koliko je godina ta glavnica bila uložena uz prvu, a koliko godina uz drugu kamatnu stopu?

Rješenje C:

1.$t=1$

1.' det A = 0 jer su prva dva stupca linearno zavisna. Ili, drugi i treći redak su isti i time linearno zavisni.

2. $t \in \left[0, \frac{3}{4}\right\rangle$

2.'*m(11750,8250; 125000)*

3. $t = -4$

3.' $R(Q) = 10\sqrt{Q}$

4.22850.85 kn

4.' a=38 729.89

	Anuitet	Kamate	Otplatna kvota	Ostatak duga
13				80612.93
14	43354.03	4030.65	39323.38	41289.55
15	43354.03	2064.48	41289.55	0